FORMULAS

Relaciones entre conjuntos

Relación	Notación	Definición formal
Igualdad	$A = B$	$A = B \Leftrightarrow \forall x\ (x \in A \leftrightarrow x \in B)$
	$A \neq B$	$A \neq B \Leftrightarrow \exists x\ (x \in A \leftrightarrow x \notin B)$
Subconjunto	$A \subseteq B$	$A \subseteq B \Leftrightarrow \forall x\ (x \in A \rightarrow x \in B)$
	$A \nsubseteq B$	$A \nsubseteq B \Leftrightarrow \exists x\ (x \in A \wedge x \notin B)$
Subconjunto propio	$A \subset B$	$A \subset B \Leftrightarrow \forall x\ (x \in A \rightarrow x \in B) \wedge \exists x\ (x \in A \wedge x \notin B)$
	$A \not\subset B$	$A \not\subset B \Leftrightarrow \exists x\ (x \in A \wedge x \notin B) \vee \forall x\ (x \in B \rightarrow x \in A)$

Relación	Expresión en términos de subconjuntos
Igualdad	$A = B \Leftrightarrow (A \subseteq B) \wedge (B \subseteq A)$
Diferencia	$A \neq B \Leftrightarrow (A \nsubseteq B) \vee (B \nsubseteq A)$
Subconjunto propio	$A \subset B \Leftrightarrow (A \subseteq B) \wedge (A \neq B)$

Operaciones entre conjuntos

Relación	Expresión en términos de subconjuntos
Unión	$A \cup B = A + B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$
Intersección	$A \cap B = A \cdot B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$
Diferencia	$A - B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$
Diferencia simétrica	$A \oplus B = \{x \mid (x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \in B \wedge x \notin A)\}$
Complemento	$A' = A^C = U - A$

Identidades básicas con conjuntos

Relación	Equivalencia	
Idempotencia	$A \cdot A = A$	$A + A = A$
Identidad	$A \cdot 1 = A$	$A + 0 = A$
Dominación	$A \cdot 0 = 0$	$A + 1 = 1$
Conmutativa	$A \cdot B = B \cdot A$	$A + B = B + A$
Asociativa	$A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$	$A + (B + C) = (A + B) + C$
Distributiva	$A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$	$A + (B \cdot C) = (A + B) \cdot (A + C)$
Complemento	$A \cdot A' = 0$	$A + A' = 1$
Doble negación	$A'' = A$	
Absorción	$A \cdot (A + B) = A$	$A + A \cdot B = A$
De Morgan	$(A \cdot B)' = A' + B'$	$(A + B)' = A' \cdot B'$

Identidades básicas con cardinalidad

Equivalencia
$\lvert\emptyset\rvert = 0$
$A \cdot B = 0 \rightarrow \lvert A + B\rvert = \lvert A\rvert + \lvert B\rvert$
$\lvert A + B\rvert = \lvert A\rvert + \lvert B\rvert - \lvert A \cdot B\rvert$
$\lvert A - B\rvert = \lvert A\rvert - \lvert A \cdot B\rvert$
$\lvert A \cdot B\rvert \leq \lvert A\rvert$
$\lvert A\rvert \leq \lvert A + B\rvert$
$\lvert A'\rvert = \lvert U\rvert - \lvert A\rvert$
$a \leq \lvert A\rvert \leq b \leftrightarrow \lvert U\rvert - a \leq \lvert A'\rvert \leq \lvert U\rvert - b$
$Max(\lvert A\rvert, \lvert B\rvert) \leq \lvert A + B\rvert \leq Min(\lvert A\rvert + \lvert B\rvert, \lvert U\rvert)$
$Max(0, \lvert A\rvert + \lvert B\rvert - \lvert U\rvert) \leq \lvert A \cdot B\rvert \leq Min(\lvert A\rvert + \lvert B\rvert)$

Relaciones – Definiciones importantes

Nombre	Equivalencia lógica
Producto cartesiano	$A \times B = \{(a, b) \mid a \in A \wedge b \in B\}$
Cardinalidad del producto cartesiano	$\lvert A \times B\rvert = \lvert A\rvert \cdot \lvert B\rvert$
Relación	$R = \{(x, y) \mid (x \in A) \wedge (y \in B) \wedge P(x, y)\}$
Número total de relaciones de A en B	$\lvert \mathcal{P}(A \times B)\rvert = 2^{\lvert A\times B\rvert} = 2^{\lvert A\rvert \cdot \lvert B\rvert}$

Propiedades de las relaciones

Nombre	Descripción formal	Descripción informal
Reflexiva	$\forall x \in A,\ (x, x) \in R$	Todo elemento se relaciona consigo mismo
No Reflexiva	$\exists x \in A,\ (x, x) \notin R$	Hay al menos un elemento que no se relaciona consigo mismo
Antireflexiva	$\forall x \in A,\ (x, x) \notin R$	Ningún elemento se relaciona consigo mismo
Simétrica	$\forall x, y \in A,\ (x, y) \in R \Longrightarrow (y, x) \in R$	Si un elemento se relaciona con otro, también al revés
No Simétrica	$\exists x, y \in A,\ (x, y) \in R \wedge (y, x) \notin R$	Hay al menos un par que no cumple la simetría
Antisimétrica	$\forall x, y \in A,\ (x, y) \in R \wedge (y, x) \in R \Longrightarrow x = y$	Si dos elementos se relacionan en ambos sentidos, deben ser iguales
Asimétrica	$\forall x, y \in A,\ (x, y) \in R \Longrightarrow (y, x) \notin R$	Si un elemento se relaciona con otro, no ocurre al revés
Transitiva	$\forall x, y, z \in A,\ (x, y) \in R \wedge (y, z) \in R \Longrightarrow (x, z) \in R$	Si un elemento se relaciona con un segundo, y este con un tercero, entonces el primero se relaciona con el tercero
No transitiva	$\forall x, y, z \in A,\ (x, y) \in R \wedge (y, z) \in R \wedge (x, z) \notin R$	Hay casos donde se rompe la transitividad
Antitransitiva	$\forall x, y, z \in A,\ (x, y) \in R \wedge (y, z) \in R \Longrightarrow (x, z) \notin R$	Nunca se forma una cadena transitiva