Curso
# Matemáticas Discretas I

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

Clase 4 – Demostraciones

# Agenda



- Repaso clase anterior
- Introducción
- Validación de argumentos
- Reglas de inferencia
- Ejemplos
- Falacias

# Agenda

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

- **Repaso clase anterior**
- Tablas de verdad
- Clasificación de las proposiciones
- Reglas de inferencia
- Ejemplos

# Repaso clase anterior

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

## Tablas de verdad

| $p$ | $\neg p$ |
|---|---|
| $F$ | $V$ |
| $V$ | $F$ |

| $p$ | $q$ | $p \wedge q$ | $p \vee q$ | $p \oplus q$ | $p \rightarrow q$ | $p \leftrightarrow q$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $F$ | $F$ | $F$ | $F$ | $F$ | $V$ | $V$ |
| $F$ | $V$ | $F$ | $V$ | $V$ | $V$ | $F$ |
| $V$ | $F$ | $F$ | $V$ | $V$ | $F$ | $F$ |
| $V$ | $V$ | $V$ | $V$ | $F$ | $V$ | $V$ |

## Reglas de prioridad

| Prioridad | Operador | Asociatividad |
|---|---|---|
| 1 | ( ) | • Cuando se tienen varios operadores con la misma prioridad, la evaluación se hace de izquierda a derecha.<br>• Cuando hay paréntesis anidados se evalúan primero los mas internos. |
| 2 | $\neg$ | |
| 3 | $\wedge$ | |
| 4 | $\vee$ | |
| 5 | $\rightarrow$ / $\leftrightarrow$ | |

# Repaso clase anterior

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

## Equivalencias lógicas

### Equivalencia lógica

Dos proposiciones compuestas $\boldsymbol{p}$ y $\boldsymbol{q}$ son equivalentes si $\boldsymbol{p} \leftrightarrow \boldsymbol{q}$ es una tautología.

### Construcción de equivalencias lógicas

$$\begin{gathered} \boldsymbol{A} \equiv A_1 \\ \vdots \\ A_n \equiv \boldsymbol{B} \end{gathered}$$

| Nombre | Equivalencia lógica | |
|---|---|---|
| Conmutatividad | $P \wedge Q \equiv Q \wedge P$ | $P \vee Q \equiv Q \vee P$ |
| Asociatividad | $P \wedge (Q \wedge R) \equiv (P \wedge Q) \wedge R$ | $P \vee (Q \vee R) \equiv (P \vee Q) \vee R$ |
| Distributividad | $P \wedge (Q \vee R) \equiv (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$ | $P \vee (Q \wedge R) \equiv (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$ |
| Idempotencia | $P \wedge P \equiv P$ | $P \vee P \equiv P$ |
| Doble negación | $\neg(\neg P) \equiv P$ | |
| Leyes de Morgan | $\neg(P \wedge Q) \equiv \neg P \vee \neg Q$ | $\neg(P \vee Q) \equiv \neg P \wedge \neg Q$ |
| Identidad | $P \wedge \boldsymbol{V} \equiv P$ | $P \vee \boldsymbol{F} \equiv P$ |
| Dominación | $P \wedge \boldsymbol{F} \equiv \boldsymbol{F}$ | $P \vee \boldsymbol{V} \equiv \boldsymbol{V}$ |
| Absorción | $P \wedge (P \vee Q) \equiv P$ | $P \vee (P \wedge Q) \equiv P$ |
| Complemento | $P \wedge \neg P \equiv \boldsymbol{F}$ | $P \vee \neg P \equiv \boldsymbol{V}$ |
| Implicación | $P \to Q \equiv \neg P \vee Q$ | |
| Contrarrecíproco | $P \to Q \equiv \neg Q \to \neg P$ | |
| Equivalencia | $P \leftrightarrow Q \equiv (P \to Q) \wedge (Q \to P)$ | |

# Agenda

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

- Repaso clase anterior
- **Introducción**
- Validación de argumentos
- Reglas de inferencia
- Ejemplos

# Introducción

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

## Cuestiones importantes en Matemáticas (y prácticamente para cualquier cosa)

1. ¿Cuándo un argumento Matemático es correcto?
2. ¿Qué métodos se emplean para construir argumentos matemáticos?

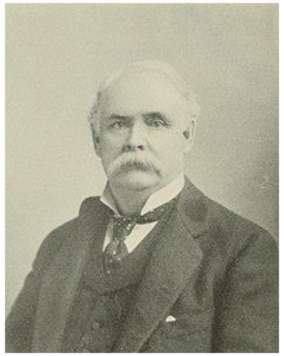
## Definiciones importantes

- **Teorema**: Es un enunciado que se ha probado que es verdadero.
- **Demostración**: Secuencia de enunciados empleados para demostrar la validez de un teorema.
- **Axiomas**: Enunciado que se acepta como verdadero sin necesidad de demostración. Estos son empleados para la deducción de teoremas.
- **Reglas de inferencia**: Procedimiento lógico empleado para obtener nuevas proposiciones a partir de proposiciones dadas, siguiendo un esquema válido de razonamiento.
- **Lema**: Teorema sencillo utilizado en las demostraciones de otros teoremas.
- **Corolario**: Teorema que se deriva de otro teorema.
- **Conjetura**: Afirmación que parece ser cierta (en realidad su valor de verdad es desconocido) según la observación o el razonamiento, pero que aún no ha sido demostrada formalmente.

# Introducción

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

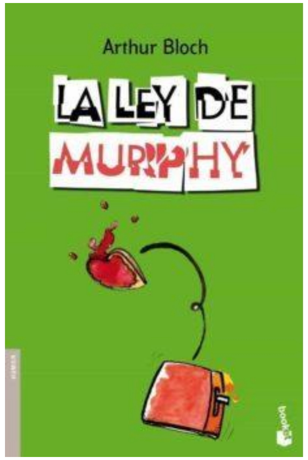
## Leyes de Murphy

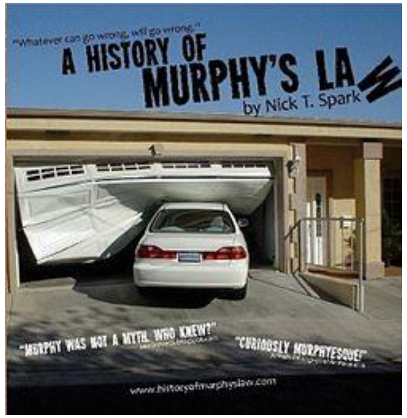


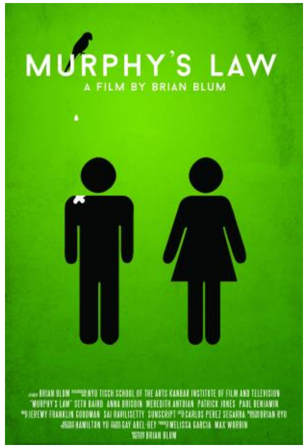
Edward A. Murphy

**Ley de Murphy** [link]: establece que "**Si algo puede salir mal, saldrá mal**". Esta ley se refiere a la tendencia de los eventos negativos a ocurrir en el peor momento posible y a menudo de forma inesperada para enfatizar la necesidad de anticipar problemas y planificar contingencias.

**Leyes de Murphy**: Satirización de la ley de Murphy para explicar por qué las cosas tienden a salir mal en el peor momento posible.



# Introducción

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

## Leyes de Murphy

**Leyes Generales de Murphy**

1. Nada es tan fácil como parece.
2. Todo lleva más tiempo del que crees.
3. Si algo puede salir mal, saldrá mal.
4. Si varias cosas pueden salir mal, la que cause más daño será la primera en fallar.
5. Si algo simplemente no puede salir mal, lo hará de todos modos.
6. Si prevés que hay cuatro maneras en que algo puede salir mal y las evitas, aparecerá una quinta.
7. La solución de un problema genera nuevos problemas.

**Algunos corolarios**

- **Ley de la Inversión de Resultados**: Cuando intentas demostrar que una máquina no funciona, de repente funciona perfectamente
- **Ley del Error Humano**: La probabilidad de cometer un error es directamente proporcional a la importancia de la tarea.
- **Ley del Olvido**: Si olvidas algo en casa, solo te darás cuenta cuando ya estés demasiado lejos para regresar.
- **Ley de la Memoria Selectiva**: Recordarás la respuesta correcta justo después de entregar el examen.
- **Ley del Wifi**: La velocidad del internet es inversamente proporcional a la urgencia de su uso.

# Introducción

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

## ¿Por qué es importante demostrar?

Los métodos de demostración tienen aplicaciones en diversas áreas del conocimiento, desde matemáticas y lógica hasta ciencias computacionales, derecho e ingeniería. A continuación se listan algunos casos:

- **Análisis de algoritmos**: Se usa para demostrar que un algoritmo siempre produce una salida correcta.
- **Validación de software**: Se usa para probar que una función cumple correctamente con su especificación.
- **Ciberseguridad**: Para probar la invulnerabilidad de un sistema asumiendo que se puede romper y mostrando una contradicción.
- **Teoría de la complejidad computacional**: Para demostrar la existencia de problemas en P que no están en NP-completo, sin necesidad de encontrarlos.

# Agenda



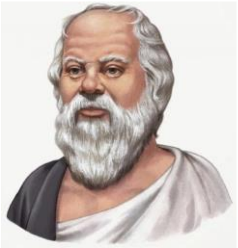
- Repaso clase anterior
- Introducción
- **Validación de argumentos**
- Reglas de inferencia
- Ejemplos

# Validación de argumentos

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

La forma lógica de un argumento puede abstraerse de su contenido. Para ello revisemos el ejemplo de Sócrates

Premisas
$$\begin{array}{l} \text{Si Socrates es un hombre, entonces Socrates es un mortal} \\ \text{Socrates es un hombre} \\ \hline \therefore \text{Socrates es un mortal} \end{array}$$
Conclusión



$$\begin{array}{l} \text{Si } p\text{, entonces } q \\ q \\ \hline \therefore q \end{array}$$

$\boldsymbol{p}$: Socrates es un hombre
$\boldsymbol{q}$: Socrates es Mortal

$$\begin{array}{l} p \to q \\ q \\ \hline \therefore q \end{array}$$

$$[(p \to q) \land q] \to q$$

$$(p \to q), q \vdash q$$

**¿Que determina si el argumento es valido?**

Un argumento se llama válido si y sólo si, una vez que se sustituyen los enunciados que hacen todas las **premisas** verdaderas, la **conclusión** también es verdadera

# Validación de argumentos

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

## Argumentos en lógica proposicional

- En lógica proposicional, un **argumento** es una secuencia de proposiciones. Todas, excepto la última, se llaman **premisas**. La última proposición es la **conclusión**

$$\text{Premisas}\left\{\begin{array}{l} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ \underline{p_n} \end{array}\right. \qquad p_1, p_2, \cdots, p_n \vdash q$$

$$\text{Conclusión}\left\{\ \therefore q\right. \qquad p_1 \wedge p_2 \wedge \cdots \wedge p_n \rightarrow q$$

- La **forma del argumento** hace alusión a la estructura lógica empleada en el razonamiento para llegar de las premisas a la conclusión.
- Un **argumento es válido** si, y solo si, la conclusión se sigue necesariamente de las premisas. Es decir, si las premisas son verdaderas, la conclusión debe ser verdadera.
- Existen diversos métodos para probar la validez de un argumento.

# Validación de argumentos

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

## Identificación de premisas y conclusión

No siempre resulta sencillo poder identificar las premisas y la conclusión de un argumento, para esto pueden ser útiles los adverbios que se listan en la tabla:

| **Adverbios que indican premisas o conclusiones** | |
|---|---|
| **Adverbios que indican premisa** | **Adverbios que indican conclusión** |
| Puesto que | Por tanto |
| Dado que | Se sigue que |
| Si | Resulta que |
| Considerando | Se infiere que |
| Puesto | Luego |
| Como | Tomando en cuenta |
| Ya que | Por consiguiente |
| Por que | En consecuencia |
| Aunque | Se deduce que |
| Toda vez que | Por lo que |

# Validación de argumentos

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

## Validación de argumentos mediante tabla de verdad

1. Identifique las premisas y la conclusión de la forma de argumento.
2. Construya una tabla de verdad que muestre los valores de verdad de todas las premisas y la conclusión.
3. Un renglón de la tabla de verdad en el que todas las premisas son verdaderas se llama un **renglón crítico**. Si hay un renglón crítico en el que la conclusión es falsa, entonces es posible que un argumento de la forma dada tenga premisas verdaderas y una conclusión falsa, por lo que la forma del argumento es no válida. Si la conclusión en cada renglón crítico es verdadera, entonces la forma del argumento es válida

# Validación de argumentos

## Validación de argumentos mediante tabla de verdad

**Ejemplo**: Dado el siguiente argumento:

$$p \to q \lor \neg r$$
$$q \to p \land r$$
$$\therefore p \to r$$

Determine su validez mediante una tabla de verdad, indicando qué columnas representan las premisas y cuáles representan la conclusión y anotando en la tabla una frase de la explicación.

# Validación de argumentos



## Validación de argumentos mediante tabla de verdad

**Premisas:**
$p \to q \vee \neg r$
$q \to p \wedge r$

**Conclusión**:
$p \to r$

$p \to q \vee \neg r$

$q \to p \wedge r$

$\therefore p \to r$

**Tautología**

$[(p \to q \vee \neg r) \wedge (q \to p \wedge r)] \to (p \to r)$

**Forma simbólica**

$(p \to q \vee \neg r), (q \to p \wedge r) \vdash (p \to r)$

| $p$ | $q$ | $r$ | $\neg r$ | $q \vee \neg r$ | $p \wedge r$ | Premisas: $p \to q \vee \neg r$ | Premisas: $q \to p \wedge r$ | Conclusión: $p \to r$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

Este renglón muestra que un argumento de esta forma puede tener premisas verdaderas y una conclusión falsa. **Por tanto esta forma de argumento es no valida**.

# Validación de argumentos

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

## Validación de argumentos mediante tabla de verdad

El proceso que se describió con anterioridad es el mismo que demostrar que una proposición es una tautología mediante el uso de tablas de verdad. A continuación se muestra el procedimiento para el caso previamente analizado:

$$F = [(p \to q \lor \neg r) \land (q \to p \land r)] \to (p \to r)$$

| $p$ | $q$ | $r$ | $\neg r$ | $q \lor \neg r$ | $p \land r$ | $p \to q \lor \neg r$ | $q \to p \land r$ | $\underbrace{(p \to q \lor \neg r) \land (q \to p \land r)}_{\text{Premisas}}$ | $\underbrace{p \to r}_{\text{Conclusión}}$ | $F$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

# Validación de argumentos



## Validación de argumentos mediante tabla de verdad

**Ejemplo**: Represente el siguiente argumento simbólicamente y determine si es valido

$$\begin{array}{l} \quad \text{Si } 2 = 3, \text{entonces yo me comí mi sombrero} \\ \quad \text{Me comí mi sombrero} \\ \therefore\ 2 = 3 \end{array}$$

# Validación de argumentos



## Validación de argumentos mediante tabla de verdad

### Solución - ejemplo:

**Enunciado:**

$\text{Si } 2 = 3, \text{entonces yo me comí mi sombrero}$
$\text{Me comí mi sombrero}$
$\therefore\ 2 = 3$

**Representación simbólica:**

- $\boldsymbol{p}$: $2 = 3$
- $\boldsymbol{q}$: Me comí mi sombrero

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ q \\ \hline \therefore p \end{array}$$

$$[(p \rightarrow q) \wedge q] \rightarrow p$$

$$(p \rightarrow q), q \vdash p$$

| | | Premisas | | Conclusión |
|---|---|---|---|---|
| $\boldsymbol{p}$ | $\boldsymbol{q}$ | $\boldsymbol{p \rightarrow q}$ | $\boldsymbol{q}$ | $\boldsymbol{p}$ |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

**En palabras**: Si **el argumento es válido**, entonces siempre que $\boldsymbol{p \rightarrow q}$ y $\boldsymbol{q}$ sean ciertas ambas, $\boldsymbol{p}$ también debe ser cierta.

Al analizar las premisas, si se supone que $\boldsymbol{p \rightarrow q}$ y $\boldsymbol{q}$ son verdaderas, esto es posible si $\boldsymbol{p}$ es falsa y $\boldsymbol{q}$ es verdadera. En este caso, $\boldsymbol{p}$ no es verdadera; así, el **argumento es inválido**.

# Validación de argumentos

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

## Ejercicios de repaso

**Ejemplo**: Dado el siguiente argumento lógico:

$$[p \wedge (p \rightarrow q) \wedge (s \vee r) \wedge (r \rightarrow \neg q)] \rightarrow (s \vee t)$$

Se pide:

- ¿En que tipo de representación esta?
- ¿Cuál es la representación de este en las otras formas?
- Determine su validez mediante una tabla de verdad.

# Validación de argumentos

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

## Silogismos

- Un silogismo es un tipo de argumento que consiste en dos premisas y una conclusión.
- La primera y segunda premisas se llaman la premisa mayor y la premisa menor, respectivamente.

**Si** tiene una contraseña vigente**,** puede iniciar sesión en la red.
Tiene una contraseña vigente.

**Por lo tanto,**
Puede iniciar sesión en la red.

$$\begin{array}{l} \text{Si tiene una contraseña vijente, puede iniciar sesion en la red.} \\ \text{Tiene una contraseña vigente} \\ \hline \therefore \text{Puede iniciar una seción en la red} \end{array}$$

- La forma más famosa del silogismo en lógica se llama **modus ponens** y tiene la siguiente forma.

**Notación de consecuentes**

$$\begin{array}{l} \quad p \to q \\ \quad q \\ \hline \therefore q \end{array}$$

**Tautología**

$$[(p \to q) \wedge q] \to q$$

**Notación proposicional**

$$(p \to q), q \vdash q$$

# Agenda

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

- Repaso clase anterior
- Introducción
- Validación de argumentos
- **Reglas de inferencia**
- Ejemplos

# Reglas de inferencia

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

## Introducción

- **Una prueba** usa las hipótesis, axiomas, definiciones, etcétera para llegar a una conclusión. Cada paso de la prueba incluye sacar conclusiones inmediatas. Para que la prueba como un todo sea válida, cada paso debe dar como resultado una conclusión intermedia válida. Cuando se construye una prueba, con frecuencia se usa la intuición como guía para sacar conclusiones intermedias válidas; sin embargo, es factible formalizar el proceso.
- Como se vio anteriormente, mediante el uso de una tabla de verdad se puede demostrar la validez de un argumento lo cual se logra demostrando que, siempre que las premisas sean verdaderas, la conclusión también debe serlo.
- Si el numero de variables promocionales es grande, este enfoque puede ser tedioso ($10$ implican $2^{10} = 1024$ combinaciones).
- Afortunadamente, existe otra forma de demostrar la validez de un argumento y es mediante el uso de unas formas fundamentes conocidas como **reglas de inferencia**.
- Las reglas de inferencia pueden usarse como elementos básicos para construir formas argumentales válidas más complejas.

# Reglas de inferencia

## Reglas de inferencia

- Una **regla de inferencia** es una forma de argumento, que es válida.
- Existen numerosas reglas de inferencia. La siguiente tabla lista algunas de las mas importantes.

| Nombre | Regla de inferencia | Nombre | Regla de inferencia |
|---|---|---|---|
| Modus Ponens | $p \to q$<br>$p$<br>$\therefore q$ | Simplificación | $p \land q$<br>$\therefore p$ |
| Modus Tollens | $p \to q$<br>$\neg q$<br>$\therefore \neg p$ | Conjunción | $p$<br>$q$<br>$\therefore p \land q$ |
| Silogismo hipotético (Transitividad) | $p \to q$<br>$q \to r$<br>$\therefore p \to r$ | Prueba de división por casos | $p \lor q$<br>$p \to r$<br>$q \to r$<br>$\therefore r$ |
| Silogismo disyuntivo (Eliminación) | $p \lor q$<br>$\neg p$<br>$\therefore q$ | | |
| Adición | $p$<br>$\therefore p \lor q$ | Resolución | $\neg p \lor r$<br>$p \lor q$<br>$\therefore q \lor r$ |

# Reglas de inferencia



## Modus Ponens

- El término **modus ponens** viene del latín y significa “método de afirmación” (la conclusión es una afirmación).

- **Establece que**: Si la premisa condicional y el antecedente son ciertos, **la conclusión necesariamente también lo es.**

| Regla de inferencia | Tautología | Forma simbólica |
|---|---|---|
| $p \to q$<br>$p$<br>$\therefore q$ | $\big(p \land (p \to q)\big) \to q$ | $p \to q, p \vdash q$ |

- **Demostración de validez**:

| $p$ | $q$ | $\overbrace{p \to q \quad p}^{\text{Premisas}}$ | | $\overbrace{q}^{\text{Conclusión}}$ |
|---|---|---|---|---|
| | | $p \to q$ | $p$ | $q$ |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

$$\big(p \land (p \to q)\big) \to q$$

# Reglas de inferencia

## Modus Ponens

**Ejemplo**:

Sea:

- $p$: Si esta cayendo granizo
- $q$: Yo estudiaré Matematicas Discretas

Así mismo, si se tiene un argumento de la siguiente forma representa una silogismo tipo **modus ponens**:

Si esta cayendo granizo, entonces estudiare matemáticas discretas
Esta cayendo granizo
___
Por lo tanto, estudiare Matemáticas Discretas

$$\begin{array}{l} \quad p \rightarrow q \\ \quad p \\ \hline \therefore q \end{array}$$

# Reglas de inferencia

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

## Modus Tollens

- **Modus tollens** es latín y significa "método de la negación" (la conclusión es una negación).
- Es la regla complementaria al **modus ponens**, ya que en esta se niega la consecuencia (el "entonces...") para deducir que el antecedente (el "si...") también es falso.
- **Establece que**: Si una condición implica un resultado, pero el resultado **no ocurre**, entonces la condición **tampoco se cumplió**.

| Regla de inferencia | Tautología | Forma simbólica |
|---|---|---|
| $p \to q$<br>$\neg q$<br>$\therefore \neg p$ | $\big(\neg q \wedge (p \to q)\big) \to \neg p$ | $p \to q, \neg q \vdash \neg p$ |

- **Demostración de validez**:

| $p$ | $q$ | $\neg p$ | $\neg q$ | $p \to q$ | $\neg q$ | $\neg p$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | Premisas | | Conclusión |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |

$$\big(\neg q \wedge (p \to q)\big) \to \neg p$$

# Reglas de inferencia

## Modus Tollens

**Ejemplo**:

Sea:

- $p$: Si esta cayendo granizo
- $q$: Yo estudiaré Matematicas Discretas

La siguiente expresión muestra la inferencia mediante el **modus tollens**:

**Si** esta cayendo granizo**, entonces** estudiare matemáticas discretas
**No** estudiare Matemáticas Discretas

---

**Por lo tanto**, **no** esta cayendo granizo

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ \neg q \\ \hline \therefore \neg p \end{array}$$

# Reglas de inferencia

## Adición

- Si una proposición $\boldsymbol{p}$ es verdadera, entonces se puede inferir que $\boldsymbol{p} \vee \boldsymbol{q}$ también es verdadera, sin importar el valor de verdad de $\boldsymbol{q}$.

| Regla de inferencia | Tautología | Forma simbólica |
|---|---|---|
| $p$<br>$\therefore p \vee q$ | $p \rightarrow p \vee q$ | $p \vdash p \vee q$ |

- En otras palabras, si ya sabemos que $\boldsymbol{p}$ **es verdadera**, entonces decir " $\boldsymbol{p}$ **o cualquier otra cosa**" sigue siendo una afirmación verdadera, porque basta con que uno de los dos disyuntos (en este caso $\boldsymbol{p}$) lo sea.

# Reglas de inferencia

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

## Adición

**Ejemplo**:

Sea:

- $p$: Estudiaré Matematicas Discretas
- $q$: Saldre a rumbear

La siguiente expresión muestra la inferencia al realizar la **adición**:

Estudiare Matemáticas Discretas

---

**Por lo tanto**, estudiare Matemáticas Discretas **o** saldré a Rumbear

$$\frac{p}{\therefore p \vee q}$$

Saldré a rumbear

---

**Por lo tanto**, estudiare Matemáticas Discretas **o** saldré a Rumbear

$$\frac{q}{\therefore p \vee q}$$

# Reglas de inferencia

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

## Simplificación

- Si una **conjunción** $(\boldsymbol{p} \wedge \boldsymbol{q})$ es verdadera, entonces **cada una de sus partes** también es verdadera por separado.

| Regla de inferencia | Tautología | Forma simbólica |
|---|---|---|
| $p \wedge q$<br>$\therefore p$ | $p \wedge q \rightarrow p$ | $p, q \vdash p$ |

- En palabras lo anterior establece que si se afirma que dos cosas ($\boldsymbol{p}$ y $\boldsymbol{q}$) son verdaderas al mismo tiempo, entonces se puede **extraer** cualquiera de las dos y decir que también es verdadera por sí sola.

# Reglas de inferencia

## Simplificación

**Ejemplo**:

Sea:

- $p$: Estudiaré Matematicas Discretas
- $q$: Estudiaré Logica y Representación

La siguiente expresión muestra la inferencia al realizar la **simplificación**:

Estudiare Matemáticas Discretas **y** Lógica y representación
**Por lo tanto**, estudiare Matemáticas Discretas

$$\frac{p \wedge q}{\therefore p}$$

Estudiare Matemáticas Discretas **y** Lógica y representación
**Por lo tanto**, estudiare Lógica y representación

$$\frac{p \wedge q}{\therefore q}$$

# Reglas de inferencia



## Conjunción

- Esta regla de inferencia permite unir dos proposiciones que se saben son verdaderas, formando una proposición compuesta con el operador lógico ***y*** ($\wedge$).

| Regla de inferencia | Tautología | Forma simbólica |
|---|---|---|
| $p$<br>$q$<br>$\therefore p \wedge q$ | $\big((p) \wedge (q)\big) \rightarrow p \wedge q$ | $p, q \vdash p \wedge q$ |

- La conjunción solo es verdadera si ambas proposiciones lo son, así que esta regla simplemente formaliza el hecho de que se pueden unir proposiciones verdaderas en una sola afirmación conjunta.

# Reglas de inferencia

## Conjunción

**Ejemplo**:

Sea:

- $p$: Estudiaré Matematicas Discretas
- $q$: Estudiaré Logica y Representación

La siguiente expresión muestra la inferencia al realizar la **simplificación**:

Estudiaré Matemáticas Discretas
Estudiaré Lógica y representación
______________________________
**Por lo tanto**, estudiaré Matemáticas Discretas **y** estudiaré Lógica y Representación

$$\begin{array}{l} p \\ q \\ \hline \therefore p \wedge q \end{array}$$

# Reglas de inferencia

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

## Silogismo hipotético (Transitividad)

- Esta regla de inferencia establece que si p implica q, y q implica r, entonces p implica r, lo cual hace que sea una regla de inferencia útil en cadenas de deducciones.

| Regla de inferencia | Tautología | Forma simbólica |
|---|---|---|
| $p \to q$<br>$q \to r$<br>$\therefore p \to r$ | $\big((p \to q) \land (q \to r)\big) \to (p \to r)$ | $p \to q, q \to r \vdash p \to r$ |

# Reglas de inferencia



## Silogismo hipotético (Transitividad)

**Ejemplo**:

Sea:

- $p$: Si esta cayendo granizo
- $q$: Yo estudiaré Matematicas Discretas
- $r$: Yo obtendré un 5.0

La siguiente expresión muestra la inferencia mediante el **modus tollens**:

**Si** esta cayendo granizo**, entonces** estudiare matemáticas discretas
**Si** yo estudio Matemáticas Discretas**, entonces** obtendré un 5.0
**Por lo tanto**, **si** esta cayendo granizo**, entonces** obtendré un 5.0

$$\begin{array}{r} p \to q \\ q \to r \\ \hline \therefore p \to r \end{array}$$

# Reglas de inferencia

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

## Silogismo disyuntivo (Eliminación)

- Si se tiene una disyunción $\boldsymbol{p} \vee \boldsymbol{q}$, y una de sus proposiciones es false, entonces la otra proposición tiene que ser verdadera.

| Regla de inferencia | Tautología | Forma simbólica |
|---|---|---|
| $p \vee q$<br>$\neg p$<br>$\therefore q$ | $\big(\neg p \wedge (p \vee q)\big) \rightarrow q$ | $\neg p, p \vee q \vdash q$ |

- Estas forma de argumentar dice que cuando sólo se tienen dos posibilidades y se puede descartar una, la otra debe ser el caso.

# Reglas de inferencia



## Silogismo disyuntivo (Eliminación)

**Ejemplo**:

Sea:

- $p$: Estudiaré Matematicas Discretas
- $q$: Estudiaré Logica y Representación

La siguiente expresión muestra la inferencia al realizar la **eliminación**:

Estudiaré Matemáticas Discretas **o** Lógica y representación
No estudiaré Matemáticas Discretas
---
**Por lo tanto**, estudiaré Lógica y Representación

$$\begin{array}{l} p \vee q \\ \neg p \\ \hline \therefore q \end{array}$$

# Reglas de inferencia

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

## División por casos

- En palabras establece que si se conoce que $\boldsymbol{p} \vee \boldsymbol{q}$ es verdadera (al menos uno de los dos ocurre), y se puede demostrar que $\boldsymbol{r}$ depende tanto de $\boldsymbol{p}$ como de $\boldsymbol{q}$, entonces se puede concluir que es $\boldsymbol{r}$ es verdadera sin importar cuál de los dos casos se cumpla

| Regla de inferencia | Tautología | Forma simbólica |
|---|---|---|
| $p \vee q$<br>$p \to r$<br>$q \to r$<br>$\therefore r$ | $\big((p \vee q) \wedge (p \to r) \wedge (q \to r)\big) \to r$ | $p \vee q, p \to r, q \to r \vdash r$ |

- Esta regla de inferencia permite llegar a una misma conclusión a partir de varios escenarios posibles.

# Reglas de inferencia

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

## División por casos

**Ejemplo**:

Sea:

- $p$: Si esta cayendo granizo
- $q$: Yo estudiaré Matematicas Discretas
- $r$: Yo obtendré un 5.0

La siguiente expresión muestra la inferencia mediante el **división por casos**:

Esta cayendo granizo **o** estudiare matemáticas discretas
**Si** esta cayendo granizo**, entonces** obtendré un 5.0
**Si** estudio Matemáticas discretas**, entonces** obtendré un 5.0

---

**Por lo tanto**, obtendré un 5.0

$$\begin{array}{l} p \vee q \\ p \rightarrow r \\ q \rightarrow r \\ \hline \therefore r \end{array}$$

# Reglas de inferencia



## Resolución

- La resolución permite eliminar un par de proposiciones opuestas que aparecen en dos cláusulas disyuntivas, y unir el resto de las cláusulas en una sola.

| Regla de inferencia | Tautología | Forma simbólica |
|---|---|---|
| $\neg p \lor r$<br>$p \lor q$<br>$\therefore\ q \lor r$ | $\big((\neg p \lor r) \land (p \lor q)\big) \rightarrow (q \lor r)$ | $\neg p \lor r, p \lor q \vdash q \lor r$ |

- Esta regla de inferencia es especialmente importante en sistemas automáticos de deducción, como los utilizados en inteligencia artificial y verificadores automáticos de teoremas.

# Reglas de inferencia

## Resolución

**Ejemplo**:

Sea:

- $p$: Yo estudiaré Matematicas Discretas
- $q$: Yo estudiaré literatura hispanica.
- $r$: Yo estudiaré bases de datos

La siguiente expresión muestra la inferencia mediante la regla de **resolución**:

No estudiaré Matemáticas Discretas **o** bases de datos
Estudiaré Matemáticas Discretas **o** literatura hispánica
---
**Por lo tanto**, estudiaré literatura hispanica **o** bases de datos

$$\begin{array}{l} \neg p \vee r \\ p \vee q \\ \hline \therefore q \vee r \end{array}$$

# Reglas de inferencia

## Resumen de las principales reglas de inferencia

<table>
<tr><th>Nombre</th><th>Regla de inferencia</th><th>Nombre</th><th>Regla de inferencia</th></tr>
<tr><td>Modus Ponens</td><td>$p \to q$<br>$p$<br>$\therefore q$</td><td>Simplificación</td><td>$p \land q$<br>$\therefore p$</td></tr>
<tr><td>Modus Tollens</td><td>$p \to q$<br>$\neg q$<br>$\therefore \neg p$</td><td>Conjunción</td><td>$p$<br>$q$<br>$\therefore p \land q$</td></tr>
<tr><td>Silogismo hipotético (Transitividad)</td><td>$p \to q$<br>$q \to r$<br>$\therefore p \to r$</td><td rowspan="2">Prueba de división por casos</td><td rowspan="2">$p \lor q$<br>$p \to r$<br>$q \to r$<br>$\therefore r$</td></tr>
<tr><td>Silogismo disyuntivo (Eliminación)</td><td>$p \lor q$<br>$\neg p$<br>$\therefore q$</td></tr>
<tr><td>Adición</td><td>$p$<br>$\therefore p \lor q$</td><td>Resolución</td><td>$\neg p \lor r$<br>$p \lor q$<br>$\therefore q \lor r$</td></tr>
</table>

# Agenda

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

- Repaso clase anterior
- Tablas de verdad
- Clasificación de las proposiciones
- Reglas de inferencia
- **Ejemplos**

# Ejemplos

## Equivalencias lógicas

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

| Nombre | Equivalencia lógica | |
|---|---|---|
| Conmutatividad | $P \wedge Q \equiv Q \wedge P$ | $P \vee Q \equiv Q \vee P$ |
| Asociatividad | $P \wedge (Q \wedge R) \equiv (P \wedge Q) \wedge R$ | $P \vee (Q \vee R) \equiv (P \vee Q) \vee R$ |
| Distributividad | $P \wedge (Q \vee R) \equiv (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$ | $P \vee (Q \wedge R) \equiv (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$ |
| Idempotencia | $P \wedge P \equiv P$ | $P \vee P \equiv P$ |
| Doble negación | $\neg(\neg P) \equiv P$ | |
| Leyes de Morgan | $\neg(P \wedge Q) \equiv \neg P \vee \neg Q$ | $\neg(P \vee Q) \equiv \neg P \wedge \neg Q$ |
| Identidad | $P \wedge \boldsymbol{V} \equiv P$ | $P \vee \boldsymbol{F} \equiv P$ |
| Dominación | $P \wedge \boldsymbol{F} \equiv \boldsymbol{F}$ | $P \vee \boldsymbol{V} \equiv \boldsymbol{V}$ |
| Absorción | $P \wedge (P \vee Q) \equiv P$ | $P \vee (P \wedge Q) \equiv P$ |
| Complemento | $P \wedge \neg P \equiv \boldsymbol{F}$ | $P \vee \neg P \equiv \boldsymbol{V}$ |
| Implicación | $P \rightarrow Q \equiv \neg P \vee Q$ | |
| Contrarrecíproco | $P \rightarrow Q \equiv \neg Q \rightarrow \neg P$ | |
| Equivalencia | $P \leftrightarrow Q \equiv (P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$ | |

# Agenda

## Resumen de las principales reglas de inferencia

| Nombre | Regla de inferencia | Nombre | Regla de inferencia |
|---|---|---|---|
| Modus Ponens | $p \to q$<br>$p$<br>$\therefore q$ | Simplificación | $p \land q$<br>$\therefore p$ |
| Modus Tollens | $p \to q$<br>$\neg q$<br>$\therefore \neg p$ | Conjunción | $p$<br>$q$<br>$\therefore p \land q$ |
| Silogismo hipotético (Transitividad) | $p \to q$<br>$q \to r$<br>$\therefore p \to r$ | Prueba de división por casos | $p \lor q$<br>$p \to r$<br>$q \to r$<br>$\therefore r$ |
| Silogismo disyuntivo (Eliminación) | $p \lor q$<br>$\neg p$<br>$\therefore q$ | | |
| Adición | $p$<br>$\therefore p \lor q$ | Resolución | $\neg p \lor r$<br>$p \lor q$<br>$\therefore q \lor r$ |

# Ejemplos



## Ejemplo 1

**Ejemplo**: Demuestre que el siguiente argumento lógico es valido:

$$[p \wedge (p \rightarrow q) \wedge (s \vee r) \wedge (r \rightarrow \neg q)] \rightarrow (s \vee t)$$

# Ejemplos

## Ejemplo 1

**Tautología**

$$[p \wedge (p \to q) \wedge (s \vee r) \wedge (r \to \neg q)] \to (s \vee t)$$

**Regla de inferencia**

$$\begin{array}{ll} p & (a) \\ p \to q & (b) \\ s \vee r & (c) \\ r \to \neg q & (d) \\ \hline \therefore s \vee t & \end{array}$$

| | Pasos | Razón |
|---|---|---|
| **1** | $p$ | Premisa **a** |
| **2** | $p \to q$ | Premisa **b** |
| **3** | $q$ | Modus ponens **1** y **2** |
| **4** | $r \to \neg q$ | Premisa **d** |
| **5** | $\neg(\neg q) \to \neg r$ | Contrarrecíproco **4** |
| **6** | $q \to \neg r$ | Doble negación en **5** |
| **7** | $\neg r$ | Modus ponens **6** y **7** |
| **8** | $s \vee r$ | Premisa **c** |
| **9** | $s$ | Eliminación **7** y **8** |
| **10** | $\therefore s \vee t$ | Adición **9** |

# Ejemplos



## Ejemplo 2

**Ejemplo**: Demuestre que el siguiente argumento lógico es valido:

$$
\begin{array}{l}
(\neg p \vee q) \rightarrow r \\
r \rightarrow (s \vee t) \\
\neg s \wedge \neg u \\
\neg u \rightarrow \neg t \\
\hline
\therefore p
\end{array}
$$

# Ejemplos



## Ejemplo 2

**Regla de inferencia**

$$\begin{array}{ll} (\neg p \vee q) \rightarrow r & (a) \\ r \rightarrow (s \vee t) & (b) \\ \neg s \wedge \neg u & (c) \\ \neg u \rightarrow \neg t & (d) \\ \hline \therefore p & \end{array}$$

| | Pasos | Razón |
|---|---|---|
| 1 | $(\neg p \vee q) \rightarrow r$ | Premisa **a** |
| 2 | $r \rightarrow (s \vee t)$ | Premisa **b** |
| 3 | $(\neg p \vee q) \rightarrow (s \vee t)$ | Modus ponens en **1** y **2** |
| 4 | $\neg s \wedge \neg u$ | Premisa **c** |
| 5 | $\neg u$ | Simplificación en **4** |
| 6 | $\neg u \rightarrow \neg t$ | Premisa **d** |
| 7 | $\neg t$ | Modus ponens **5** y **6** |
| 8 | $\neg s$ | Simplificación **4** |
| 9 | $\neg s \wedge \neg t$ | Conjunción **7** y **8** |
| 10 | $\neg(s \vee t)$ | Ley de Morgan en **9** |
| 11 | $\neg(\neg p \vee q)$ | Modus Tollens **3** y **10** |
| 12 | $\neg(\neg p) \wedge \neg q$ | Ley de Morgan **11** |
| 13 | $p \wedge \neg q$ | Doble negación **12** |
| 14 | $\therefore p$ | Simplificación **13** |

# Ejemplos

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

## Ejemplo 3

Considerar el siguiente argumento:

"Si la ley no fue aprobada, entonces la constitución del país queda sin modificaciones. Si la constitución del país queda sin modificaciones no se puede elegir nuevos diputados. O se eligen nuevos diputados o el informe del presidente del país se retrasará. El informe no se retrasó un mes. Por lo que la ley fue aprobada".

Verificar su validez por la prueba formal de validez.

# Ejemplos



## Ejemplo 3

**Enunciado**:

"Si la ley no fue aprobada, entonces la constitución del país queda sin modificaciones. Si la constitución del país queda sin modificaciones no se puede elegir nuevos diputados. O se eligen nuevos diputados o el informe del presidente del país se retrasará. El informe no se retrasó un mes. Por lo que la ley fue aprobada"

**Proposiciones simples**:

Inicialmente se deben identificar las proposiciones simples.

- $\boldsymbol{l}$: La ley fue aprobada.
- $\boldsymbol{c}$: La constitución del país quedará sin modificaciones.
- $\boldsymbol{p}$: Se pueden elegir nuevos diputados.
- $\boldsymbol{i}$: El informe del presidente se retrasará un mes.

**Planteamiento proposicional**:

Premisas

$$\neg l \rightarrow c$$
$$c \rightarrow \neg d$$
$$d \vee i$$
$$\neg i$$

Conclusiones

$$\therefore l$$

# Ejemplos



## Ejemplo 3

**Planteamiento proposicional**

$$\begin{array}{ll} \neg l \rightarrow c & (a) \\ c \rightarrow \neg d & (b) \\ d \vee i & (c) \\ \neg i & (d) \\ \hline \therefore l & \end{array}$$

| Pasos | | Razón |
|---|---|---|
| **1** | $\neg l \rightarrow c$ | Premisa **a** |
| **2** | $c \rightarrow \neg d$ | Premisa **b** |
| **3** | $\neg l \rightarrow \neg d$ | Transitividad en pasos **1** y **2** |
| **4** | $d \vee i$ | Premisa **c** |
| **5** | $\neg i$ | Premisa **d** |
| **6** | $d$ | Eliminación en **4** y **5** |
| **7** | $\neg c$ | Modus Tollens en **2 y 6** |
| **8** | $\neg c \rightarrow l$ | Contrarrecíproco en **1** |
| **9** | $\therefore l$ | Modus Ponens en **8** |

# Ejemplos

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

## Ejemplo 4

Milhouse estaba a punto de salir para la escuela en la mañana y descubrió que no tenia puestas sus gafas. Si se sabe que los siguientes enunciados son verdaderos:

a. Si Milhouse estaba leyendo el periódico en la cocina, entonces, las gafas estaban sobre la mesa de la cocina.

b. Si las gafas estaban sobre la mesa de la cocina, entonces los Milhouse los vio al desayunar.

c. Milhouse no ha visto las gafas en el desayuno.

d. Milhouse estaba leyendo el periódico en la sala o estaba leyendo el periódico en la cocina.

e. Si Milhouse estaba leyendo el periódico en la sala entonces, sus gafas estaban sobre la mesa del café.

A partir de la información anterior: ¿Dónde estaban los lentes de Milhouse?

# Ejemplos



## Ejemplo 4

**Identificación de las proposiciones simples**: A partir del problema identificamos las proposiciones simples:

a. Si Milhouse estaba leyendo el periódico en la cocina, entonces, las gafas estaban sobre la mesa de la cocina.
b. Si las gafas estaban sobre la mesa de la cocina, entonces los Milhouse las vio al desayunar.
c. Milhouse no ha visto las gafas en el desayuno.
d. Milhouse estaba leyendo el periódico en la sala o estaba leyendo el periódico en la cocina.
e. Si Milhouse estaba leyendo el periódico en la sala entonces, sus gafas estaban sobre la mesa del café.

**Proposiciones simples**:

- **RK**: Milhouse estaba leyendo el periódico en la cocina.
- **GK**: Las gafas de Milhouse estaban sobre la mesa de la cocina.
- **SB**: Milhouse vio las gafas en el desayuno
- **LR**: Milhouse estaba leyendo el periódico en la sala.
- **GC**: Las gafas de Milhouse estaban sobre la mesa del café.

# Ejemplos

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

## Ejemplo 4

**Planteamiento del problema:**

a. Si Milhouse estaba leyendo el periódico en la cocina, entonces, las gafas estaban sobre la mesa de la cocina.

b. Si las gafas estaban sobre la mesa de la cocina, entonces los Milhouse las vio al desayunar.

c. Milhouse no ha visto las gafas en el desayuno.

d. Milhouse estaba leyendo el periódico en la sala o estaba leyendo el periódico en la cocina.

e. Si Milhouse estaba leyendo el periódico en la sala entonces, sus gafas estaban sobre la mesa del café.

**Se pide**: ¿Dónde estaban los lentes de Milhouse?

**Proposiciones simples**:

- **RK**: Milhouse estaba leyendo el periódico en la cocina.
- **GK**: Las gafas de Milhouse estaban sobre la mesa de la cocina.
- **SB**: Milhouse vio las gafas en el desayuno
- **LR**: Milhouse estaba leyendo el periódico en la sala.
- **GC**: Las gafas de Milhouse estaban sobre la mesa del café.

### Planteamiento proposicional

**Premisas**

$$RK \rightarrow GK$$
$$GK \rightarrow SB$$
$$\neg SB$$
$$LR \vee RK$$
$$LR \rightarrow GC$$

**Conclusiones**

$$\therefore ?\,(GK \text{ ó } GC)$$

# Ejemplos

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

## Ejemplo 4

### Planteamiento proposicional

$$\begin{array}{ll} RK \rightarrow GK & (a) \\ GK \rightarrow SB & (b) \\ \neg SB & (c) \\ LR \vee RK & (d) \\ LR \rightarrow GC & (e) \\ \hline \therefore ?\,(GK \text{ ó } GC) & \end{array}$$

De acuerdo al proceso de razonamiento realizado se tiene que:

$$\begin{array}{ll} RK \rightarrow GK & (a) \\ GK \rightarrow SB & (b) \\ \neg SB & (c) \\ LR \vee RK & (d) \\ LR \rightarrow GC & (e) \\ \hline \therefore GC & \end{array}$$

**Por lo tanto:** Las gafas de Milhouse están sobre la mesa de café.

| Pasos | | Razón |
|---|---|---|
| 1 | $RK \rightarrow GK$ | Premisa **a** |
| 2 | $GK \rightarrow SB$ | Premisa **b** |
| 3 | $RK \rightarrow SB$ | Transitividad en pasos **1** y **2** |
| 4 | $GK \rightarrow SB$ | Premisa **b** |
| 5 | $\neg SB$ | Premisa **c** |
| 6 | $\neg GK$ | Modus Tollens en pasos **4** y **5** |
| 7 | $\neg GK \rightarrow \neg RK$ | Contrarrecíproco en **1** |
| 8 | $\neg RK$ | Modus ponens en pasos **6** y **7** |
| 9 | $LR \vee RK$ | Premisa **d** |
| 10 | $LR$ | Eliminación en **8** y **9** |
| 11 | $LR \rightarrow GC$ | Premisa **e** |
| 12 | $\therefore GC$ | Modus Ponens pasos **10** y **11** |

# Agenda



- Repaso clase anterior
- **Introducción**
- Validación de argumentos
- Reglas de inferencia
- Ejemplos
- Falacias

# Falacias

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

## Sobre las falacias

- Una **falacia** es un error en el razonamiento que da lugar a un argumento no válido.
- En las falacias un argumento puede parecer válido o convincente, pero en realidad no lo es.
- Se usan muchas veces sin darnos cuenta, tanto en debates, como en publicidad, redes sociales e incluso en conversaciones cotidianas.

# Falacia

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

## Tipos de falacias

Se clasifican principalmente en falacias formales y falacias informales:

- **Falacias lógicas o formales**: Estas ocurren cuando hay un error en la estructura lógica del argumento. Aunque las premisas parezcan correctas, la conclusión no se sigue lógicamente.

  **Ejemplo**: **Falacia de afirmación del consecuente**.

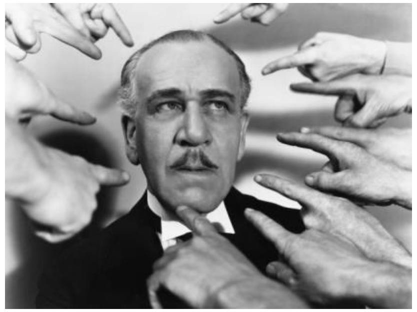
  - Si llueve, la calle esta mojada.
  - La calle esta mojada.
  - **Entonces, Llovió**.

  ✕ **Error**: Puede que la calle este mojada por otra razón

- **Falacias informales**: Dependen más del contenido, lenguaje o contexto, no de la forma. Son muy comunes en debates, medios, política y vida diaria

  **Ejemplo**: **Falacia ad Hominem**.

  - No le creas, es un ignorante



# Falacias

## Principales falacias formales

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

| Falacia Forma | Estructura Lógica Incorrecta | Descripción | Ejemplo |
|---|---|---|---|
| Afirmación del consecuente | $p \to q$<br>$q$<br>$\therefore p$ | Se supone que porque la consecuencia ocurre, la causa también. | Si llueve, la calle está mojada.<br>La calle está mojada.<br>∴ Llovió. |
| Negación del antecedente | $p \to q$<br>$\neg p$<br>$\therefore \neg q$ | Se niega la causa y se asume que la consecuencia también es falsa. | Si estudio, apruebo.<br>No estudié.<br>∴ No aprobé. |
| Silogismo disyuntivo inválido | $p \vee q$<br>$p$<br>$\therefore \neg q$ | Error al suponer que si una opción es verdadera, la otra debe ser falsa. | O estudio matemáticas o física.<br>Estudio matemáticas.<br>∴ No estudio física |
| Falacia de la falacia | El argumento es falaz, por tanto la conclusión es falsa. | Una conclusión puede ser verdadera aunque el argumento sea incorrecto. | Él cometió una falacia al explicarlo, por tanto su conclusión no puede ser cierta. |
| Conclusión inválida (non sequitur) | Las premisas no conducen lógicamente a la conclusión | Se presenta una conclusión que no se sigue de las premisas dadas. | Juan es alto.<br>Le gustan los gatos.<br>∴ Juan será un gran futbolista. |

# Falacias



## Principales falacias informales

| Falacia Forma | Tipo de error | Descripción | Ejemplo |
|---|---|---|---|
| Ad hominem | Ataque personal | Se desacredita a la persona en lugar de refutar el argumento. | No le creas, es un ignorante |
| Apelación a la autoridad | Confianza ciega en la autoridad | Se acepta algo como cierto solo porque lo dijo alguien con autoridad. | El que diga Uribe. |
| Apelación a la ignorancia | Falta de evidencia ≠ Evidencia contraria | Se afirma que algo es verdadero/falso porque no se ha probado lo contrario. | Nadie ha probado que no existen los fantasmas, así que existen. |
| Falsa dicotomía | Reducción a solo dos opciones | Se presentan dos opciones como las únicas posibles, ignorando otras alternativas. | O estás conmigo o estás contra mí. |
| Pendiente resbaladiza | Consecuencias exageradas | Se afirma que una acción llevará inevitablemente a consecuencias negativas extremas. | Si legalizamos esto, el país caerá en caos. |

# Falacias

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

## Principales falacias informales (continuación)

| Falacia Forma | Tipo de error | Descripción | Ejemplo |
|---|---|---|---|
| Generalización apresurada | Conclusión basada en pocos casos | Se generaliza a partir de una muestra insuficiente. | Conozco dos malos abogados, todos son corruptos. |
| Petición de principio | Argumento circular | Se usa la conclusión como premisa. | Creo en Dios porque la Biblia lo dice, y la Biblia es verdadera porque es la palabra de Dios. |
| Hombre de paja | Caricaturización del argumento del otro | Se distorsiona el argumento del oponente para atacarlo más fácilmente. | Tú dices que no te gusta el capitalismo, entonces quieres vivir en dictadura. |
| Apelación a las emociones | Manipulación emocional | Se apela a sentimientos (miedo, compasión) en lugar de razones lógicas. | Si no firmas esto, estarás traicionando a tu familia. |

# Falacias



## Demostración de falacias

Se puede demostrar que un argumento no es válido mediante:

- La construcción de una tabla de verdad para la forma del argumento y la búsqueda de al menos un renglón crítico en el que todas las premisas son verdad, pero la conclusión es falsa.
- Encontrar un argumento de la misma forma con premisas verdaderas y una conclusión falsa.

Para que un argumento sea válido, todos los argumentos de la misma forma cuyas premisas son verdaderas todas deben tener una conclusión verdadera. De ello se deduce que un argumento sea invalidado significa que hay un argumento de esa forma, cuyas premisas son todas verdaderas y cuya conclusión es falsa.

# Falacias



## Demostración de falacias

**Ejemplo**: Utilice tablas de verdad para demostrar que la siguiente forma de argumento no es valida:

$$p \to q$$
$$q$$
$$\therefore p$$

# Falacias

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

## Demostración de falacias

**Premisas:**
$p \rightarrow q$
$q$

**Conclusión:**
$p$

$$p \rightarrow q$$
$$q$$
$$\therefore p$$

**Tautología**

$$(p \rightarrow q) \land q \rightarrow p$$

**Forma simbólica**

$$p \rightarrow q, q \vdash p$$

| | | Premisas | | Conclusión |
|---|---|---|---|---|
| $p$ | $q$ | $p \rightarrow q$ | $q$ | $p$ |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

Por tanto esta forma de argumento es no valida.

# Falacias

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

## Error converso – Falacia de afirmar la consecuencia

- Esta falacia se comete porque la conclusión del argumento se deduce de las premisas si la premisa $p \rightarrow q$ se sustituyera por su reciproco (**sustitución invalida** pues un enunciado condicional no es lógicamente equivalente a su reciproco).
- Forma del argumento asociado a la falacia.

$$
\begin{array}{l}
\quad p \rightarrow q \\
\quad q \\
\therefore p
\end{array}
$$

# Falacias



## Error converso – Falacia de afirmar la consecuencia

**Ejemplo**: Demuestre que el siguiente argumento es no válido.

Si Bart es tramposo, entonces, Bart se sienta en la fila de atrás.
Bart se sienta en la fila de atrás.
___
Por lo tanto, Bart es tramposo

**Solución**:

Si Bart es tramposo, entonces, Bart se sienta en la fila de atrás.
Bart se sienta en la fila de atrás.
___
Por lo tanto, Bart es tramposo

- $\boldsymbol{p}$: Bart es tramposo
- $\boldsymbol{q}$: Bart se sienta en la fila de atrás

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ q \\ \hline \therefore p \end{array}$$

**¿Por que es invalido el argumento?**

El hecho de que Bart se siente en la fila de atrás no prueba que sea tramposo. Podría haber muchas otras razones por las que se sienta allí. La premisa inicial solo establece que si es tramposo, entonces se sienta allí, pero no al revés. La falacia radica en invertir la implicación lógica $(q \rightarrow p)$ de la premisa inicial $(p \rightarrow q)$.

# Falacias



## Error inverso – Falacia de negar el antecedente

- En esta falacia la conclusión del argumento, el error se debe a que la premisa $p \to q$ es sustituida por su contraria ($\neg p \to \neg q$) lo cual no es permitido (pues el enunciado condicional no es lógicamente a su contrario).
- Forma del argumento asociado a la falacia.

$$
\begin{array}{l}
p \to q \\
\neg p \\
\therefore \neg q
\end{array}
$$

# Falacias

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

## Error inverso – Falacia de negar el antecedente

**Ejemplo**: Demuestre que el siguiente argumento es no válido.

Si las tasas de interés están subiendo, los precios de la bolsa bajarán.
Las tasas de interés no están subiendo.

---

Por lo tanto, Los precios de las acciones de mercado no bajarán.

**Solución**:

Si las tasas de interés están subiendo, los precios de la bolsa bajarán.
Las tasas de interés no están subiendo.

---

Por lo tanto, Los precios de las acciones de mercado no bajarán.

- $\boldsymbol{p}$: Las tasas de interés están subiendo
- $\boldsymbol{q}$: Los precios de la bolsa bajarán

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ \neg p \\ \hline \therefore \neg q \end{array}$$

**¿Por que es invalido el argumento?**
El hecho de que las tasas de interés suban provoque que la bolsa baje, no significa que sea la única causa posible para que la bolsa baje pues, aunque las tasas de interés no estén subiendo, los precios de la bolsa podrían bajar por otras razones: malos resultados empresariales, inestabilidad política, una crisis sectorial y pánico en el mercado por citar algunos. En resumen, negar el antecedente (la condición "si...") en una declaración condicional no permite negar lógicamente el consecuente (la parte "entonces...").

# Falacias



## Diferencia en lógica entre Verdadero y Válido

- En lógica, **verdadero** y **válido** se refieren a cosas distintas.
    - **Verdadero (o falso)**: Se refiere al **contenido** de una proposición o enunciado. Una proposición es verdadera si lo que afirma corresponde con la realidad o con las reglas del sistema lógico.

| Enunciado | Resultado |
|---|---|
| Bogotá es la capital de Colombia (**P**) | Verdadero (**P = V**) |
| La luna esta hecha de queso (**Q**) | Falso (**Q = F**) |

- 
    - **Valido**: Se refiere a la **estructura** de un argumento (es decir, una secuencia de premisas que llevan a una conclusión). Un argumento es válido si la conclusión se sigue necesariamente de las premisas, independientemente de si las premisas son verdaderas o falsas.

| Caso | Ejemplo | Estructura | Resultado |
|---|---|---|---|
| Argumento válido con una falsa premisa y una conclusión falsa | Si John Lennon fue una estrella de rock, entonces, John Lennon era pelirrojo.<br>John Lennon fue una estrella de rock.<br>**Por lo tanto**, John Lennon era pelirrojo. | $P \rightarrow Q$<br>$P$<br>$\therefore Q$ | **Valido**: Por Modus Ponens |
| Argumento no válido con premisas verdaderas y una conclusión verdadera | Si Nueva York es una ciudad grande, entonces Nueva York tiene edificios altos.<br>Nueva York tiene edificios altos.<br>Nueva York es una ciudad grande. | $P \rightarrow Q$<br>$Q$<br>$\therefore P$ | **Invalido**: Afirmación de la consecuencia |

# Falacias

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

## Diferencia en lógica entre Verdadero y Válido

La siguiente tabla comparativa muestra la diferencia entre valor de verdad y validez;

| Característica | Verdad | Validez |
|---|---|---|
| ¿Qué evalúa? | El contenido de una proposición | La estructura de un argumento (relación premisas-conclusión) |
| Se aplica a... | Proposiciones individuales (P, Q, etc.) | Argumentos completos (premisas + conclusión) |
| ¿Qué indica? | Si un enunciado es verdadero o falso | Si la conclusión se sigue necesariamente de las premisas |
| Depende de... | La realidad o un modelo de interpretación | La forma lógica del argumento |
| Resultado posible | Verdadero (V) o Falso (F) | Válido o Inválido |
| Puede combinarse? | Sí, una proposición verdadera puede estar en un argumento inválido | Sí, un argumento válido puede tener premisas falsas |
| Ejemplo | $\boldsymbol{P}: 2 + 2 = 4 \Longrightarrow V$ | $\boldsymbol{P} \rightarrow \boldsymbol{Q}, \boldsymbol{P} \vdash \boldsymbol{Q} \Longrightarrow Valido$ (Modus Ponens) |

# Falacias

## Argumentos solidos

Un argumento se llama **sólido**, si y solo si, es valido y todas sus premisas son verdaderas. Un argumento que no es solido se llama **no sólido**.

Lo importante a destacar es que la **validez** es una característica de las formas de argumento:

- Si un argumento es válido, también lo es cualquier otro argumento que tiene la misma forma.
- Del mismo modo, si un argumento es no válido, también lo es cualquier otro argumento que tiene la misma forma.

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

Curso de Matemáticas Discretas 1

Clase 4 – Demostraciones